

Estructuras de Datos

Clase 4 – Pilas y colas



Dr. Sergio A. Gómez
<http://cs.uns.edu.ar/~sag>



Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

Tipo de dato abstracto

- Un *tipo de dato abstracto* (TDA) (en inglés, ADT por Abstract Data Type) es un tipo definido solamente en términos de sus operaciones y de las restricciones que valen entre las operaciones.
- Las restricciones las daremos en términos de comentarios.
- Cada TDA se representa en esta materia con una (o varias) interfaces.
- Una o más implementaciones del TDA se brindan en términos de clases concretas.
- Hoy daremos los TDAs Pila (Stack) y Cola (Queue) (la clase que viene daremos sus aplicaciones).

TDA Pila (Stack)

Pila: Colección lineal de objetos actualizada en un extremo llamado *tope* usando una política LIFO (last-in first-out, el primero en entrar es el último en salir).

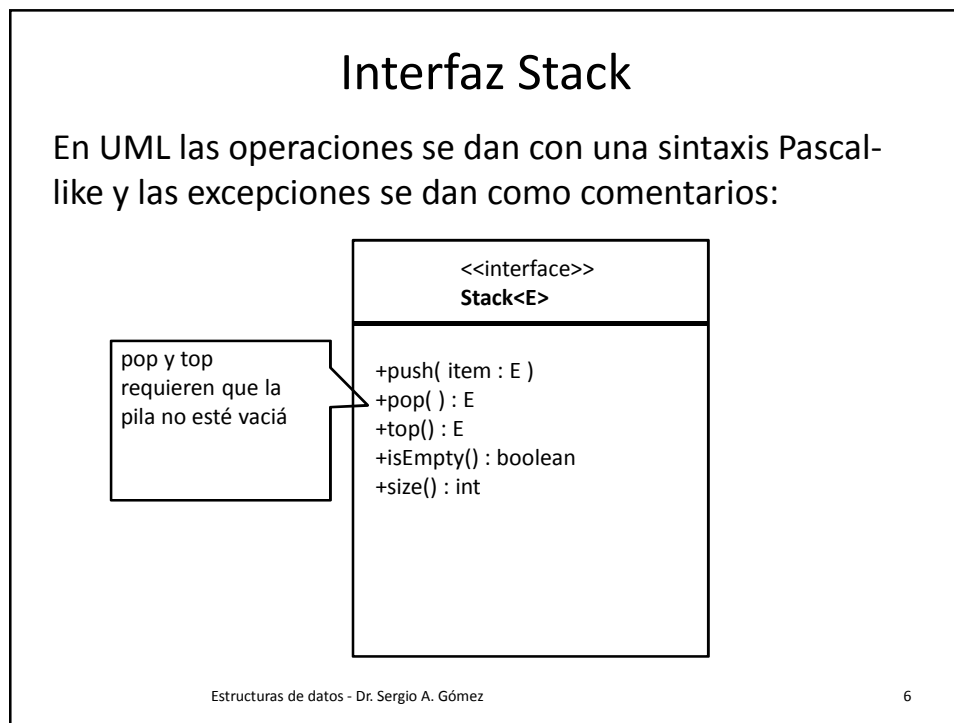
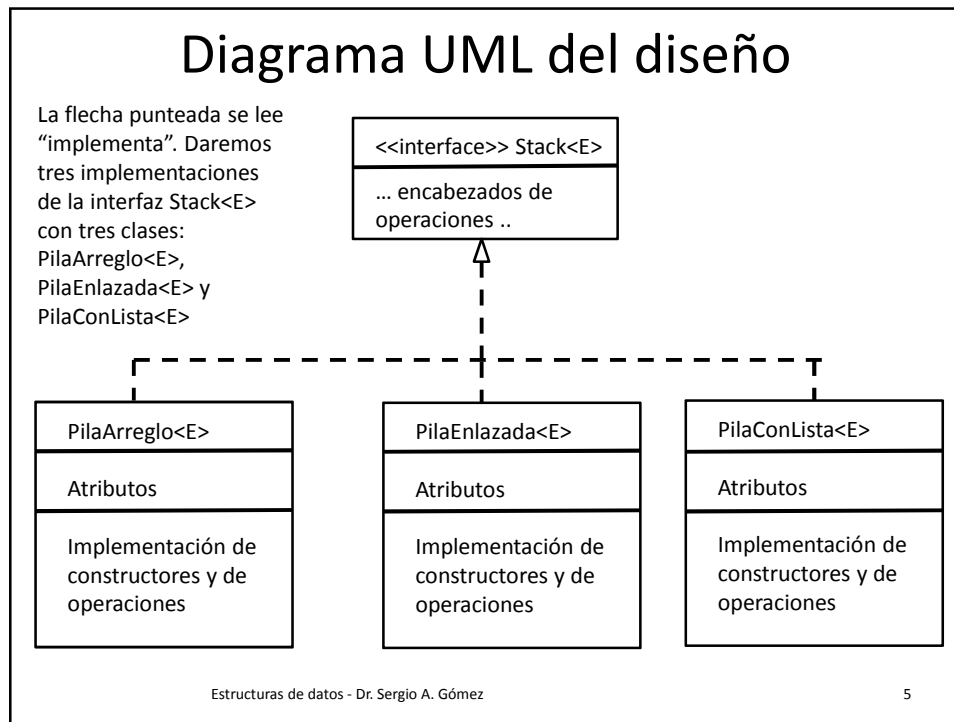
Operaciones:

- `push(e)`: Inserta el elemento `e` en el tope de la pila
- `pop()`: Elimina el elemento del tope de la pila y lo entrega como resultado. Si se aplica a una pila vacía, produce una situación de error.
- `isEmpty()`: Retorna verdadero si la pila no contiene elementos y falso en caso contrario.
- `top()`: Retorna el elemento del tope de la pila. Si se aplica a una pila vacía, produce una situación de error.
- `size()`: Retorna un entero natural que indica cuántos elementos hay en la pila.

Implementación de Pila

Definición de una interfaz Pila:

- Se abstrae de la ED con la que se implementará
- Se documenta el significado de cada método en lenguaje natural
- Se usa un parámetro formal de tipo representando el tipo de los elementos de la pila
- Se definen excepciones para las condiciones de error



El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Código Java en archivo Stack.java:

```

public interface Stack<E> {
    // Inserta item en el tope de la pila.
    public void push( E item );

    // Retorna true si la pila está vacía y falso en caso contrario.
    public boolean isEmpty();

    // Elimina el elemento del tope de la pila y lo retorna.
    // Produce un error si la pila está vacía.
    public E pop() throws EmptyStackException;

    // Retorna el elemento del tope de la pila y lo retorna.
    // Produce un error si la pila está vacía.
    public E top() throws EmptyStackException;

    // Retorna la cantidad de elementos de la pila.
    public int size();
}

```

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

7

Nota: Los comentarios a la hora de programar los haremos como comentarios Javadoc :

```

/**
 * Inserta un elemento en el tope de la pila.
 * @param element Elemento a insertar.
 */
public void push(E element);

/**
 * Remueve el elemento que se encuentra en el tope de la pila.
 * @return Elemento removido.
 * @throws EmptyStackException si la pila está vacía.
 */
public E pop() throws EmptyStackException;

```

Nota: Luego se compilan con la herramienta Javadoc.exe para generar un sitio web que forma la documentación del código fuente y se ve así:

Method Summary

All Methods	Instance Methods	Abstract Methods
boolean	isEmpty()	Consulta si la pila está vacía.
E	pop()	Remueve el elemento que se encuentra en el tope de la pila.
void	push(E element)	Inserta un elemento en el tope de la pila.
int	size()	Consulta la cantidad de elementos de la pila.
E	top()	Examina el elemento que se encuentra en el tope de la pila.

Modifier and Type	Method and Description
boolean	isEmpty() Consulta si la pila está vacía.
E	pop() Remueve el elemento que se encuentra en el tope de la pila.
void	push(E element) Inserta un elemento en el tope de la pila.
int	size() Consulta la cantidad de elementos de la pila.
E	top() Examina el elemento que se encuentra en el tope de la pila.

push

```

void push(E element)
Inserta un elemento en el tope de la pila.
Parameters:
element - Elemento a insertar.

```

pop

```

E pop()
throws EmptyStackException
Remueve el elemento que se encuentra en el tope de la pila.
Returns:
Elemento removido.
Throws:
EmptyStackException - si la pila está vacía.

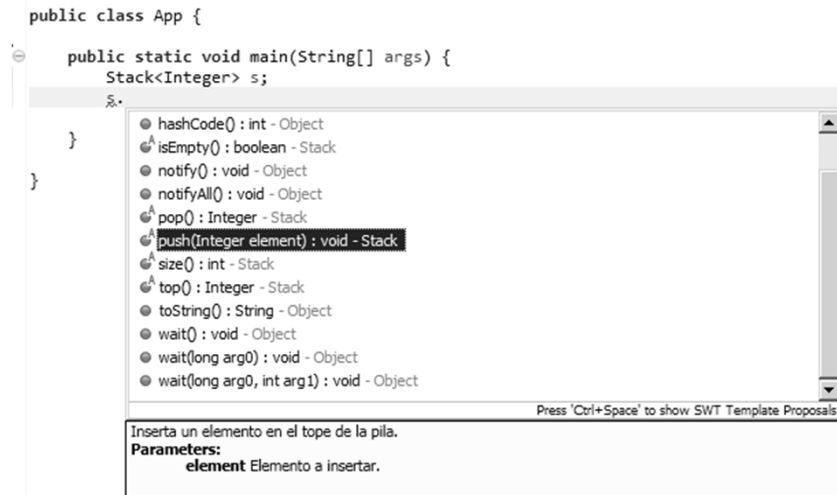
```

8

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Nota: Es importante escribir los comentarios Javadoc junto con el código y no al final porque los mismos se usan en el Intellisense (i.e. los globitos amarillos de ayuda del autocompletado de código en el editor de código de Eclipse).

```
public class App {
    public static void main(String[] args) {
        Stack<Integer> s;
    }
}
```



Inserta un elemento en el tope de la pila.
Parameters:
element Elemento a insertar.

Estructuras de datos- Dr. Sergio A. Gómez

9

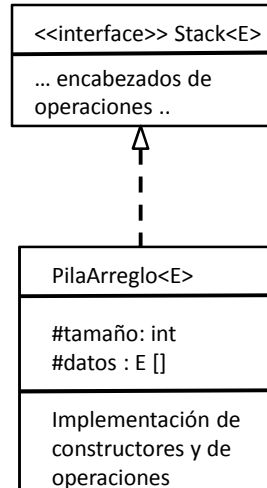
Implementaciones de pilas

- 1) Con un arreglo
- 2) Con una estructura de nodos enlazados
- 3) En términos de una lista (lo dejamos pendiente hasta dar el TDA Lista)

10

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

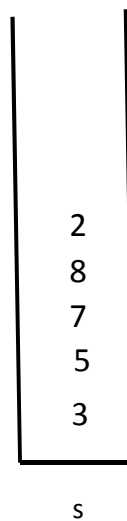
Implementación de pila con arreglo



Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

11

Mostramos la clase *PilaArreglo* (para completar) y otra clase *Aplicación...* que la utiliza para armar la pila s:



```
// Archivo: PilaArreglo.java
public class PilaArreglo<E> implements Stack<E> {
...
}
```

```
// Archivo: AplicacionUsaPilaArreglo.java
public class AplicacionUsaPilaArreglo {
    public static void main( String [] args ) {
        Stack<Integer> s = new PilaArreglo<Integer>();
        s.push( 3 );
        s.push( 5 );
        s.push( 7 );
        s.push( 8 );
        s.push( 2 );
    }
}
```

12

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Pila: Atributos de la implementación con arreglo junto con su representación

```
// Archivo: PilaArreglo.java
public class PilaArreglo<E> implements Stack<E> {
    protected int tamaño;
    protected E [] datos;
    ...
}
```

13

Constructor: Crea una pila vacía

Constructor 1:

```
PilaArreglo( MAX : int ) {
    tamaño = 0;
    datos = ( E [] ) new Object[MAX];
}
```

Constructor 2:


```
PilaArreglo() { this(20); }
```

El constructor2 crea una pila que tiene 20 elementos y delega en el constructor1.

Nota: Si MAX fuera negativo podríamos lanzar una excepción

14

Implementación de isEmpty



s

datos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

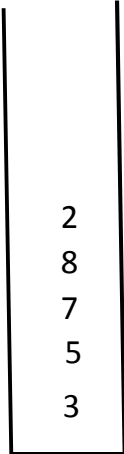
0 1 2 3 4 5 6 7 8 ... MAX-1

tamaño 0

Pila Vacía:
 isEmpty() : boolean
 {
 Retornar tamaño == 0
 }
 Sea n = la cantidad de elementos de la pila this:
 $T_{isEmpty}(n) = O(1)$

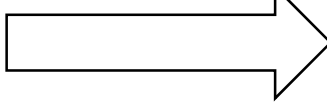
15

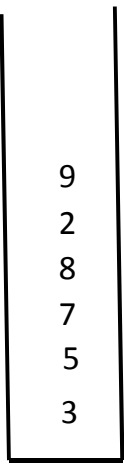
Implementación de Apilar: Dada la pila de la izquierda luego de apilar un 9 obtenemos la pila de la derecha



s

s.push(9)





s

16

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Implementación de Apilar

Opción1: Si hay lugar, insertar el nuevo elemento al final del arreglo. Si no hay lugar, generar una situación de error lanzando una excepción *FullStackException*.

```

Apilar: Push(item : E) {
Si tamaño == TAMAÑO DEL ARREGLO entonces
    error ("Pila llena")
Sino
    datos[tamaño] = item
    tamaño = tamaño + 1
}

```

Nota: $T_{push}(n) = O(1)$

Problema: La interfaz Stack no declara una excepción para push.

Soluciones:

- (1) Cambiar la signatura de la operación push declarando la excepción *FullStackException*. Elegante pero requiere recompilar otras implementaciones existentes de la pila (A veces, si la interfaz es importada no la puedo cambiar).
- (2) Utilizar una *RuntimeException*, que es unchecked y no requiere ser declarada. Poco elegante (las *RuntimeExceptions* no deben ser usadas para programar) pero no requiere recompilar otras implementaciones existentes.

17

Implementación de apilar

Opción2: Cuando el arreglo esté lleno, incrementar el tamaño del arreglo (por ejemplo agregarle 10 elementos), luego copiar los elementos al nuevo arreglo y después insertar el nuevo elemento.

Ventaja: La pila puede ahora crecer en forma no acotada.

Desventaja: Ahora $T_{push}(n) = O(n)$.

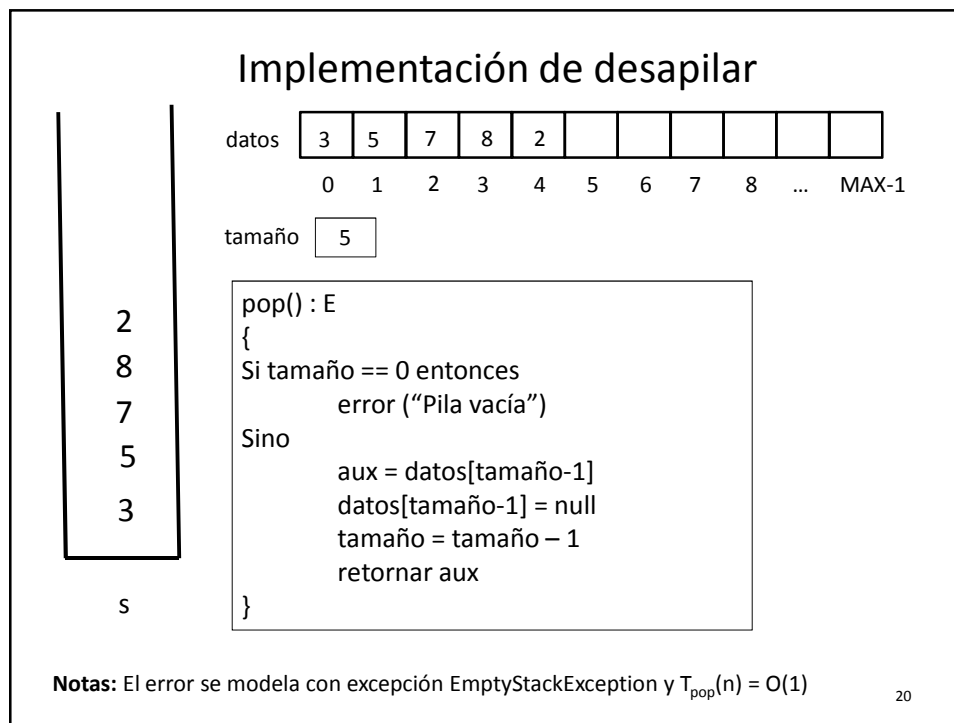
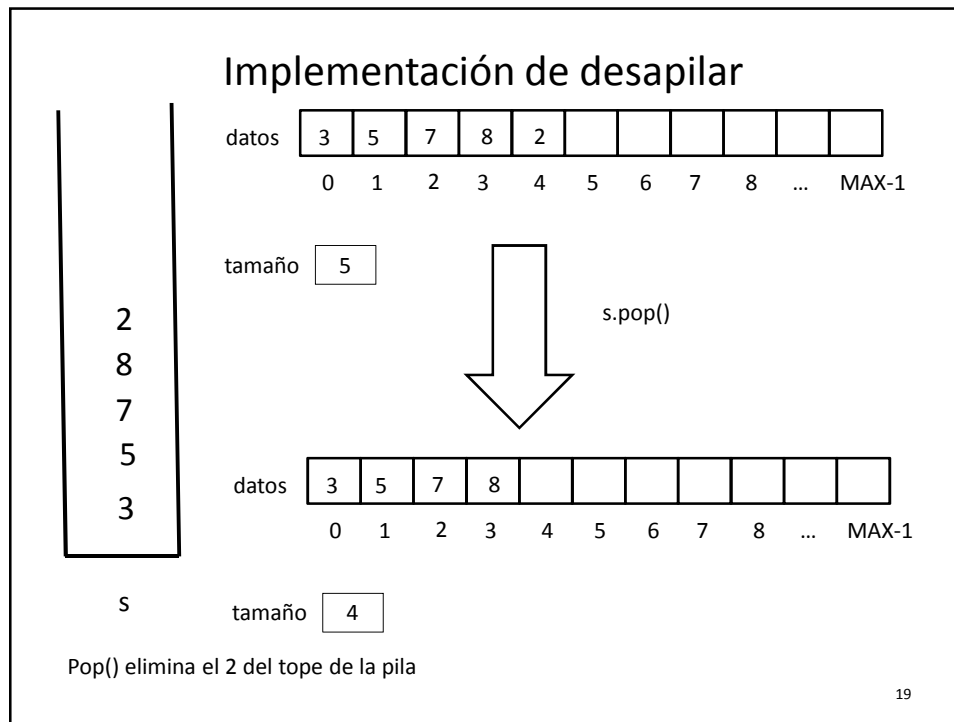
Nota: Le podemos dar libertad al usuario con un nuevo constructor que reciba además del tamaño inicial, el incremento a utilizar cada vez que se llena el arreglo

```
PilaConArreglo( MAX: int, INCREMENTO_TAMAÑO: int ) { ... }
```

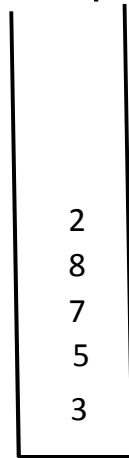
Estructuras de datos- Dr. Sergio A. Gómez

18

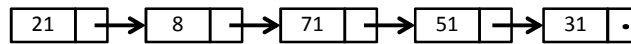
El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.



Implementación con nodos enlazados



Utilizaremos una estructura de nodos enlazados. La pila mostrada se representará con nodos (celdas) enlazados:



Cabeza
(head)

Rabo
(tail)

Notas:

La pila conoce sólo el nodo *cabeza*, que corresponde al tope o último dato apilado.

Todas las operaciones tienen $O(1)$ pues la estructura es no acotada y no hay casos especiales porque nunca se llena.

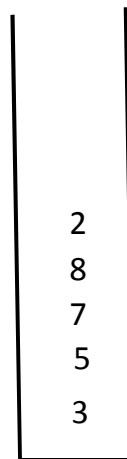
Es más difícil de codificar, depurar y mantener pero se gana en flexibilidad.

Se puede almacenar el tamaño como un atributo más para evitar calcular `size()` en $O(n)$.

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

21

Pila: Implementación con nodos enlazados



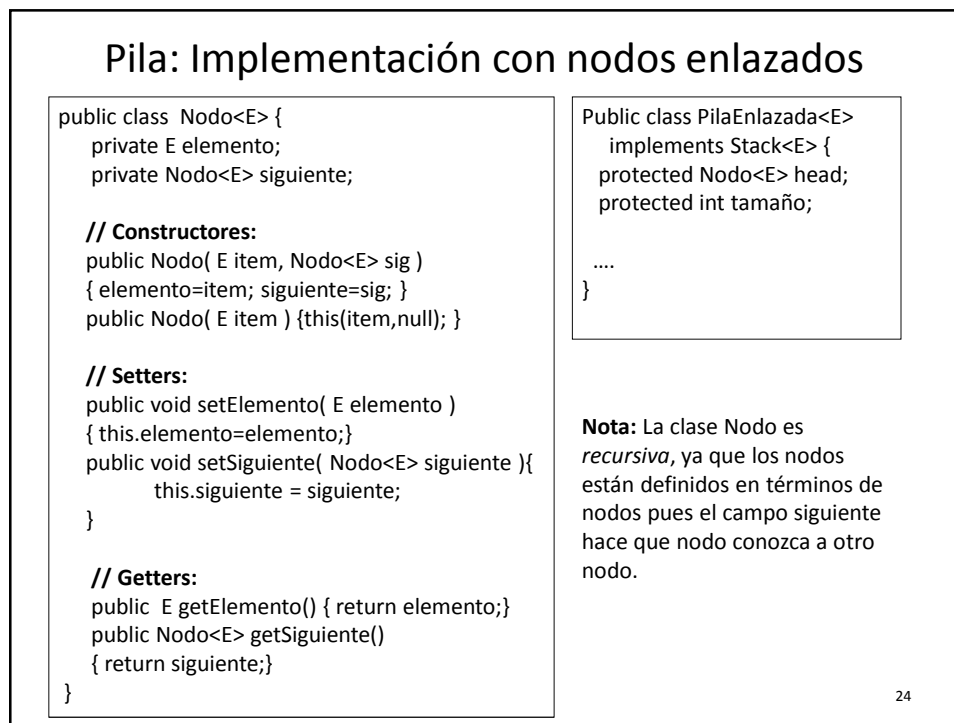
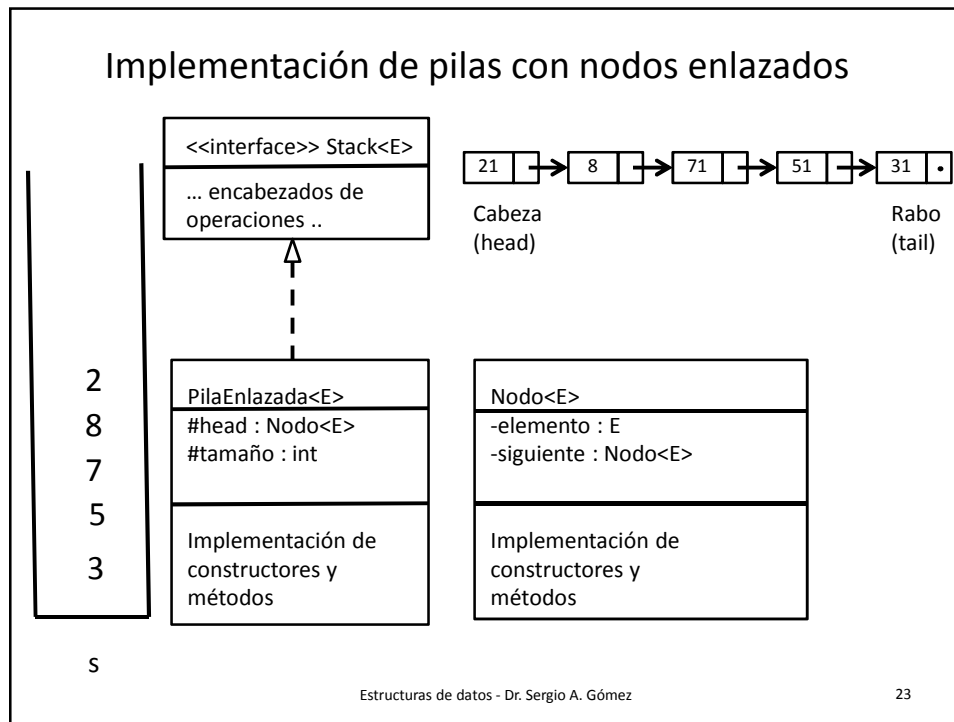
```
// Archivo: PilaEnlazada.java
public class PilaEnlazada<E> implements Stack<E> {
    ...
}
```

```
// Archivo: AplicacionUsaPilaEnlazada.java
public class AplicacionUsaPilaEnlazada {
    public static void main( String [] args ) {
        Stack<Integer> s = new PilaEnlazada<Integer>();
        s.push( 3 );
        s.push( 5 );
        s.push( 7 );
        s.push( 8 );
        s.push( 2 );
    }
}
```

Ahora la aplicación debe invocar el constructor de la nueva clase pero como la variable s es de tipo Stack el resto de la implementación de main no cambia con respecto al ejemplo de diapositiva 12.

22

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.



El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:
 “Estructuras de Datos. Notas de Clase”. Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Pila con nodos enlazados: Constructor

El constructor crea una pila vacía.

Recordemos que:

```
Public class PilaEnlazada<E>
    implements Stack<E> {
    protected Nodo<E> head;
    protected int tamaño;
    ....
}
```

Constructor:

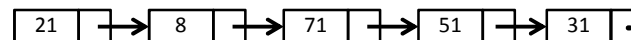
```
PilaEnlazada() {
    Head = null
    Tamaño = 0
}
```

Un caso de prueba para validar el constructor e isEmpty puede ser testear: `(new PilaEnlazada<E>()).isEmpty() == true`

S

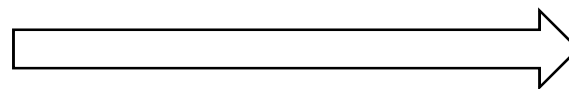
25

Apilar

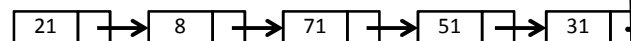


Cabeza
(head)

Rabo
(tail)



s.push(9)



Cabeza
(head)

Rabo
(tail)

Luego de apilar el 9, se crea una nueva celda que apunta a la vieja cabeza y esa nueva celda pasa a ser la nueva cabeza

S

S

26

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Apilar

```
Public class PilaEnlazada<E>
    implements Stack<E> {
    protected Nodo<E> head;
    protected int tamaño;

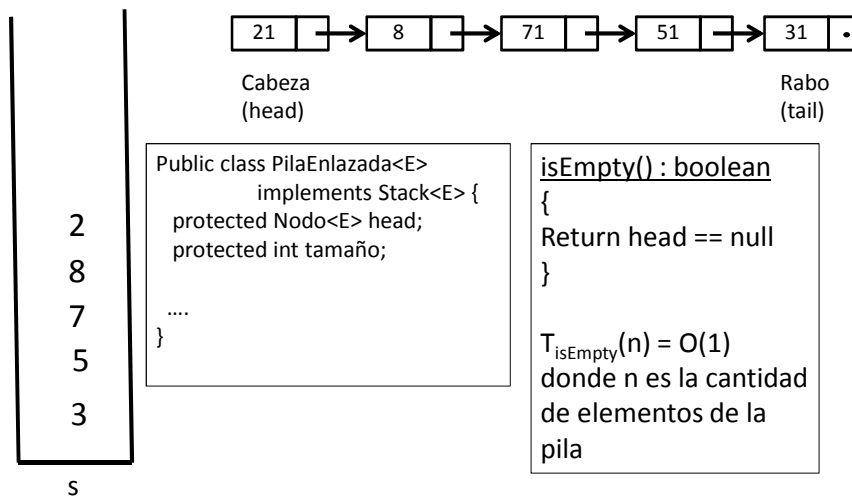
    ....
}
```

```
push(item : E)
{
    Nodo<E> aux = new Nodo<E>( )
    aux.setElemento( item )
    aux.setSiguiente( head )
    head = aux
    tamaño = tamaño + 1
}

 $T_{push}(n) = O(1)$ 
```

27

Pila: Implementación con nodos enlazados



28

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Desapilar

2
8
7
5
3
s

Cabeza (head) Rabo (tail)

Desapilar requiere eliminar la celda que contiene el 2 y hacer que la celda que contiene el 8 sea la nueva cabeza.

Nota: Como la celda del 2 no está referenciada por nadie, eventualmente será reclamada por el recolector de basura aunque la celda del 2 siga apuntando a la celda del 8.

Nota: Cuando la pila tiene un único elemento, el código tiene como efecto que head termine con valor null.

```

pop(): E {
  Si isEmpty() entonces
    error( "Pila vacia" )
  Sino
    aux = head.getElemento()
    head = head.getSiguiente()
    tamaño = tamaño - 1
    retornar aux
}

```

$T_{pop}(n) = O(1)$

29

Comentarios

3
5
7
8
2
s

Cabeza (head) rabo (tail)

Pregunta: ¿Por qué conviene insertar en la cabeza de la lista y no en el rabo?

Si insertáramos en el rabo, la lista de nodos representaría la pila de la izquierda.

Si la pila tiene n elementos, al insertar en el rabo tenemos $T_{push}(n) = O(n)$

Entonces: insertar en el rabo sería ineficiente y **NO LO VAMOS A HACER.**

30

TDA Cola

Cola: Colección lineal de objetos actualizada en sus extremos llamados *frente* y *rabo* siguiendo una política FIFO (first-in first-out, el primero en entrar es el primero en salir) (También se llama FCFS = First-Come First-Served).

Operaciones:

- `enqueue(e)`: Inserta el elemento *e* en el rabo de la cola
- `dequeue()`: Elimina el elemento del frente de la cola y lo retorna. Si la cola está vacía se produce un error.
- `front()`: Retorna el elemento del frente de la cola. Si la cola está vacía se produce un error.
- `isEmpty()`: Retorna verdadero si la cola no tiene elementos y falso en caso contrario
- `size()`: Retorna la cantidad de elementos de la cola.

31

Implementación de Cola

Definición de una interfaz Cola:

- Se abstrae de la ED con la que se implementará
- Se documenta el significado de cada método en lenguaje natural
- Se usa un parámetro formal de tipo representando el tipo de los elementos de la cola
- Se definen excepciones para las condiciones de error

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

32

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.


```
public interface Queue<E> {  
    // Inserta el elemento e al final de la cola  
    public void enqueue(E e);  
  
    // Elimina el elemento del frente de la cola y lo retorna.  
    // Si la cola está vacía se produce un error.  
    public E dequeue() throws EmptyQueueException;  
  
    // Retorna el elemento del frente de la cola.  
    // Si la cola está vacía se produce un error.  
    public E front() throws EmptyQueueException;  
  
    // Retorna verdadero si la cola no tiene elementos  
    // y falso en caso contrario  
    public boolean isEmpty();  
  
    // Retorna la cantidad de elementos de la cola.  
    public int size();  
}
```

33

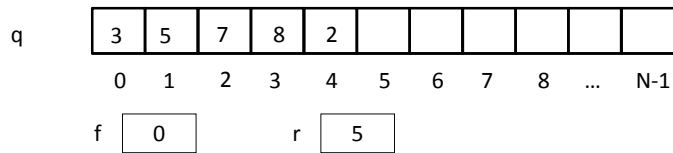
Implementaciones de colas

- 1) Con un arreglo circular
- 2) Con una estructura enlazada
- 3) En términos de una lista (lo dejamos pendiente hasta dar el TDA Lista)

34

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:
"Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Implementación de cola con un arreglo circular

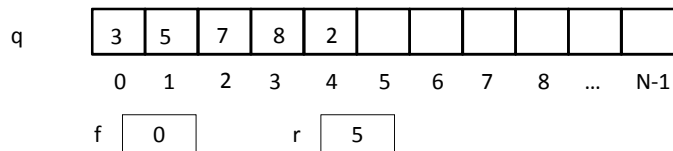


- q es un arreglo de N componentes y mantiene los elementos de la cola
- El tamaño máximo de q es $N-1$ (lo que permite diferenciar la cola vacía de la cola llena)
- f es la posición en q del próximo elemento a eliminar en un dequeue
- r es la posición en la cual se va a insertar el siguiente elemento con un enqueue.
- Implementaremos operaciones en $O(1)$

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

35

Implementación de cola con un arreglo circular



Constructor:

f = 0

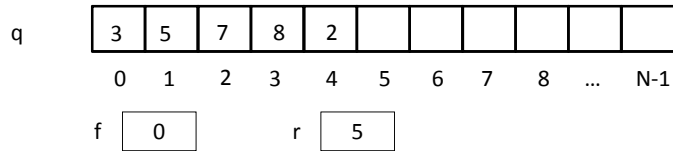
r = 0

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

36

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Implementación de cola con un arreglo circular



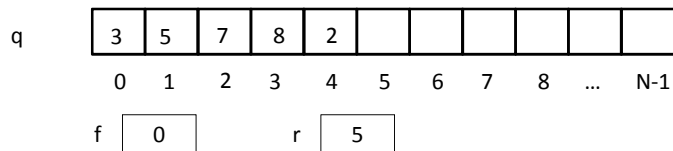
Constructor:
f = 0
r = 0

isEmpty():
Retornar f == r

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

37

Implementación de cola con un arreglo circular



Constructor:
f = 0
r = 0

isEmpty():
Retornar f == r

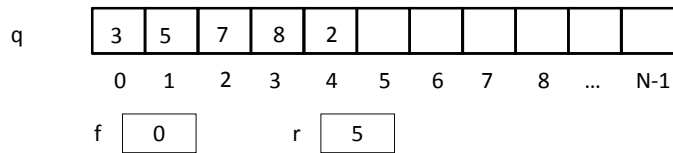
front():
Si isEmpty() entonces
error("cola vacía")
Sino
retornar q[f]

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

38

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:
"Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.

Implementación de cola con un arreglo circular

Constructor:

f = 0
r = 0

isEmpty():

Retornar f == r

front():

Si isEmpty() entonces
error("cola vacía")

Sino
retornar q[f]

dequeue():

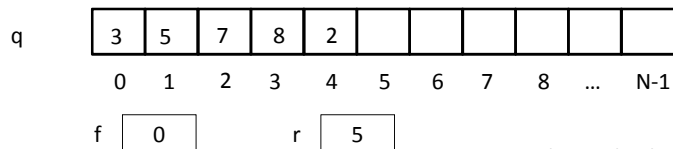
Si isEmpty() entonces error("cola vacía")
Sino

temp = q[f]; q[f] = null;
f = (f+1) mod N; retornar temp

Dr. Sergio A. Gómez

39

Implementación de cola con un arreglo circular

Size():

Retornar (N-f+r) mod N

Nota: La cola puede almacenar N-1
elementos a lo sumo

Nota: Otra opción más sencilla es usar
un atributo más para representar size.

enqueue(e):

Si size() == N-1 entonces
error("cola llena")

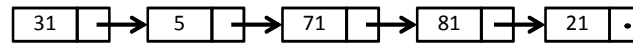
Sino

q[r] = e
r = (r+1) mod N

Estructuras de datos - Dr. Sergio A. Gómez

40

Cola: Implementación con nodos enlazados



Cabeza
(head)

Rabo
(tail)

```
public class ColaEnlazada<E>
    implements Queue<E> {
    protected Nodo<E> head, tail;
    protected int tamaño;

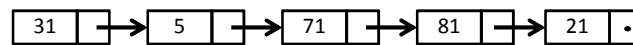
    ....
}
```

Implementaremos operaciones en orden 1.

```
public void enqueue( E elem ) {
    Nodo<E> nodo = new Nodo<E>();
    nodo.setElemento( elem );
    nodo.setSiguiente( null );
    if ( tamaño == 0 )
        head = nodo;
    else
        tail.setSiguiente( nodo );
    tail = nodo;
    tamaño++;
}
```

41

Cola: Implementación con nodos enlazados



Cabeza
(head)

Cola
(tail)

```
public class ColaEnlazada<E>
    implements Queue<E> {
    protected Nodo<E> head, tail;
    protected int tamaño;

    ....
}
```

```
public E dequeue() throws
    EmptyQueueException {
    if ( tamaño == 0 )
        throw new EmptyQueueException( "cola
    vacia" );

    E tmp = head.getElemento();
    head = head.getNext();
    tamaño --;
    if ( tamaño == 0 ) tail = null;
    return tmp;
}
```

42

Problema: Insertar los elementos 1, 2, 3, 4 en una cola y luego mostrar todos los elementos de la cola.

```
public class App
{
    public static void main( String [] args ) {
        try {
            Queue<Integer> q = new ColaEnlazada<Integer>();

            for( int i=1; i<=4; i++)
                q.enqueue( i );
            while( !q.isEmpty() )
                System.out.println( q.dequeue() );
        } catch( EmptyQueueException e ) {
            System.out.println( "e: " + e.getMessage() );
            e.printStackTrace();
        }
    }
}
```

43

Bibliografía

- Goodrich & Tamassia, Data Structures and Algorithms in Java, 4th edition, John Wiley & Sons, 2006, Capítulo 5
- Se puede profundizar la parte de listas enlazadas en la Sección 3.2 del libro

44

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: "Estructuras de Datos. Notas de Clase". Sergio A. Gómez. Universidad Nacional del Sur. (c) 2013-2019.